

Università di Roma "La Sapienza"  
Facoltà di Ingegneria – Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
*Corso di Calcolatori Elettronici II*

**Temi d'esame (Seconda prova)**  
**Alcuni testi e relative soluzioni**

## Appello del 23 luglio 2002 – Tema n. 2

Una cache set-associativa ad  $N$  vie, con blocchi da  $B$  byte, ha una capacità totale di  $C$  byte di dati (tag esclusi). La CPU ad essa connessa opera con indirizzi da  $k$  bit e con dati da 32 bit. Determinare in funzione di  $k, N, B, C$ :

- il numero di set in cui è suddivisa la cache,
- il numero totale di bit necessari per l'immagazzinamento dei tag,
- le funzioni e le dimensioni dei vari campi in cui viene suddiviso l'indirizzo nell'accesso alla cache.

(Si assuma che  $N, B, C$  siano tutte potenze intere di 2, e si trascurino nel calcolo i bit di validità, dirty, etc.)

**Soluzione** Il numero totale  $L$  di blocchi contenuti nella cache è dato da  $L = C/B$ ; il numero di set  $S$  è allora  $S = L/N$ . Il campo indice dell'indirizzo applicato alla cache richiede dunque un numero di bit dato da

$$\log_2 S = \log_2 \frac{L}{N} = \log_2 \frac{C}{NB}$$

Se assumiamo che la singola parola sia costituita da 32 bit, ossia da 4 byte, i 2 bit meno significativi dell'indirizzo non vengono utilizzati, mentre  $\log_2(B/4)$  bit determinano la posizione della parola cercata all'interno di un blocco. Il numero di bit riservato al campo tag è allora dato da

$$\begin{aligned} t &= k - (\log_2 S + \log_2 \frac{B}{4} + 2) = \\ &= k - (\log_2 \frac{C}{BN} + \log_2 \frac{B}{4} + 2) = \\ &= k - (\log_2 C - \log_2 N) = \\ &= k - \log_2 \frac{C}{N} \end{aligned}$$

Il numero totale di bit necessari per l'immagazzinamento dei tag è infine dato da

$$NSt = N \frac{L}{N} t = Lt .$$

### Appello del 23 luglio 2002 – Tema n. 3

Un sistema di memoria virtuale ha le seguenti caratteristiche: indirizzo virtuale da 36 bit, pagine fisiche da 4 Kbyte, memoria fisica da 1 Gbyte. Assumendo il byte come minima unità indirizzabile, descrivere il meccanismo di paginazione corrispondente, e determinare le dimensioni della Page Table. (Si trascuri lo spazio necessario per i bit di validità, dirty, protezione, etc.; si trascuri anche lo spazio necessario per le informazioni di puntamento al disco rigido.)

**Soluzione** L'indirizzo virtuale è suddiviso in due campi:

- *offset*, costituito da  $\log_2 4K = 12$  bit,
- VPN (*Virtual Page Number*), costituito da  $36 - 12 = 24$  bit.

L'indirizzo da applicare ad una memoria fisica da 1 Gbyte =  $2^{30}$  byte richiede 30 bit, ed è anch'esso suddiviso in due campi:

- *offset*, ancora da  $\log_2 4K = 12$  bit,
- PPN (*Physical Page Number*), costituito da  $30 - 12 = 18$  bit.

La Page Table avrà dunque  $2^{24}$  elementi, ciascuno dei quali contiene un'informazione da 18 bit. Se assumiamo che ogni PPN da 18 bit sia impaccato in 3 byte, la dimensione totale della Page Table sarà di  $3 \cdot 2^{24} = 3 \cdot 2^4 \cdot 2^{20} = 48$  MB; se invece, per ragioni di allineamento, assumiamo che ogni PPN venga impaccato in una doubleword da 32 bit, allora la Page Table sarà costituita da  $4 \cdot 2^{24} = 2^6 \cdot 2^{20} = 64$  MB.

**Appello del 9 settembre 2002 – Tema n. 1**

Il carico medio giornaliero di un sistema di elaborazione è ripartito per il 35% sulla CPU, per il 45% sulla memoria e per il 20% sul disco rigido (il carico su altri sottosistemi può essere considerato trascurabile). In vista di un possibile upgrade del sistema, sono disponibili le seguenti opzioni:

Opzione n.	Sottosistema sostituito	Accelerazione del sottosistema	Costo della sostituzione (in Euro)
1	CPU	25%	550
2	Memoria	15%	200
3	Disco rigido	20%	150

Quale delle suddette opzioni è da preferire, e per quali ragioni?

**Soluzione** L'opzione da preferire è quella a cui è associato il maggior valore del rapporto prestazioni/costo, dove le prestazioni possono essere stimate in termini di accelerazione mediante la legge di Amdahl

$$A = \frac{1}{1 - \beta(1 - \frac{1}{a})}$$

dove  $A$  è l'accelerazione totale del sistema,  $a$  è l'accelerazione della componente sostituita e  $\beta$  è la frazione di tempo in cui la componente è utilizzata.

Indicando per la  $k$ -esima opzione con:

- $\beta_k$  la frazione del tempo di utilizzo della componente sostituita,
- $a_k$  l'accelerazione della componente sostituita,
- $A_k$  l'accelerazione del sistema conseguente alla sostituzione,
- $E_k$  il costo dell'upgrade,
- $R_k$  il rapporto prestazioni/costo  $A_k / E_k$

e osservando che:

$$a_1 = 1.25, \beta_1 = 0.35, E_1 = 550$$

$$a_2 = 1.15, \beta_2 = 0.45, E_2 = 200$$

$$a_3 = 1.20, \beta_3 = 0.20, E_3 = 150$$

otteniamo:

$$\text{opzione 1: } R_1 = \frac{1}{E_1} \frac{1}{1 - \beta_1(1 - \frac{1}{a_1})} = \frac{1}{550} \frac{1}{1 - (0.35)(1 - \frac{1}{1.25})} = 0.020$$

$$\text{opzione 2: } R_2 = \frac{1}{E_2} \frac{1}{1 - \beta_2(1 - \frac{1}{a_2})} = \frac{1}{200} \frac{1}{1 - (0.45)(1 - \frac{1}{1.15})} = 0.053$$

$$\text{opzione 3: } R_3 = \frac{1}{E_3} \frac{1}{1 - \beta_3(1 - \frac{1}{a_3})} = \frac{1}{150} \frac{1}{1 - (0.20)(1 - \frac{1}{1.20})} = 0.069$$

L'opzione da preferire è pertanto la 3 (sostituzione del disco rigido).

**Appello del 13 dicembre 2002 – Tema n. 1**

In un sistema di elaborazione la memoria principale e la memoria di massa sono utilizzate rispettivamente per il 50% e per il 20% del tempo di esecuzione. Per rendere il sistema più efficiente, vi è la possibilità di:

- a) sostituire il banco di memoria principale con uno più veloce del 25%, oppure
  - b) sostituire la memoria di massa con una il doppio più veloce.
- Quale delle due alternative è da preferire, e perché?

**Soluzione** L'opzione da preferire è quella che fornisce la massima accelerazione del sistema. L'accelerazione può essere calcolata mediante la legge di Amdahl:

$$A = \frac{1}{1 - \beta(1 - \frac{1}{a})}$$

dove  $a$  è l'accelerazione della componente sostituita e  $\beta$  è la frazione di tempo in cui essa è utilizzata prima della sostituzione. Tenendo presente che per la prima opzione è  $a = 1.25 = 5/4$ ,  $\beta = 0.5 = 1/2$ , si ottiene

$$A = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}(1 - \frac{4}{5})} = \frac{10}{9}$$

D'altra parte, per la seconda opzione è  $a = 2$ ,  $\beta = 0.2 = 1/5$ , da cui si ottiene

$$A = \frac{1}{1 - \frac{1}{5}(1 - \frac{1}{2})} = \frac{10}{9}$$

Pertanto, entrambe le alternative comportano il medesimo aumento di prestazioni.

## Appello del 7 luglio 2003 – Tema n. 2

In una CPU con clock a 250 MHz, il 30% del tempo di esecuzione di un programma è utilizzato per accessi alla memoria, ognuno dei quali richiede 6 cicli di clock. Supponendo che tra CPU e memoria venga interposta una cache con i seguenti parametri:

- Hit Time = 1 ciclo di clock
- Miss Penalty = 12 cicli di clock
- Miss Rate = 5%

stimare l'aumento della velocità di esecuzione del programma stesso.

**Soluzione** Dal punto di vista dell'aumento di prestazioni, l'inserimento di una cache è equivalente alla sostituzione della memoria con una più veloce. L'accelerazione della componente memoria può essere valutata come rapporto tra il tempo di accesso prima ( $T = 6$ ) e dopo la sostituzione. Quest'ultimo può essere stimato come tempo medio di accesso alla cache:

$$T' = HT + MR \cdot MP$$

dove  $HT = 1$  è l'Hit Time,  $MR = 0.05$  è il Miss Rate e  $MP = 12$  è il Miss Penalty. L'accelerazione  $a$  della componente memoria è allora data da:

$$a = \frac{T}{T'} = \frac{6}{1 + (0.05)(12)} = 3.75$$

Essendo nota la frazione del tempo di utilizzo della memoria ( $\beta = 0.3$ ) è possibile stimare l'aumento di prestazioni del sistema mediante la legge di Amdahl:

$$A = \frac{1}{1 - \beta(1 - \frac{1}{a})} = \frac{1}{1 - (0.3)(1 - \frac{1}{3.75})} = 1.282$$

La velocità di esecuzione del programma aumenterà dunque del 28.2%. (Si noti come la frequenza di clock della CPU sia irrilevante in questo contesto.)

## Appello del 21 luglio 2003 – Tema n. 1

Misurazioni effettuate su un sistema di elaborazione indicano che il 40% del tempo viene utilizzato per accessi alla memoria principale e il 30% per transazioni sul disco rigido, il quale ha un tempo medio di accesso pari a 3.6 millisecc. Per adeguare il sistema a sopraggiunte nuove esigenze, si decide di sostituire la memoria principale con una più veloce del 50%, e di rimpiazzare il disco rigido con uno di capacità quadrupla ma con tempo medio di accesso leggermente superiore, pari a 4 millisecc. Come varieranno le prestazioni del sistema?

**Soluzione** La legge di Amdahl fornisce l'accelerazione di un sistema in conseguenza della sostituzione di una sua componente. Qui occorre invece valutare l'aumento di prestazioni dovuto alla sostituzione contemporanea di due componenti. Indicando con  $T$  e  $T'$  il tempo totale rispettivamente prima e dopo le sostituzioni,  $T'$  può essere espresso come somma di tre termini:

$$T' = T'_{\text{mem}} + T'_{\text{disk}} + T_{\text{nc}}$$

dove

- $T'_{\text{mem}} = T_{\text{mem}} / A_{\text{mem}} = T \beta_{\text{mem}} / A_{\text{mem}}$
- $T'_{\text{disk}} = T_{\text{disk}} / A_{\text{disk}} = T \beta_{\text{disk}} / A_{\text{disk}}$
- $T_{\text{nc}} = T(1 - \beta_{\text{mem}} - \beta_{\text{disk}})$  è il tempo utilizzato da tutte le componenti diverse dal disco e dalla memoria, che rimane ovviamente invariato dopo le sostituzioni

essendo  $\beta_{\text{mem}} = 0.4 = 2/5$  e  $\beta_{\text{disk}} = 0.3 = 3/10$  la frazione del tempo di utilizzo rispettivamente della memoria e del disco, e  $A_{\text{mem}} = 1.50 = 3/2$  e  $A_{\text{disk}} = 3.6/4 = 0.9 = 9/10$  le rispettive accelerazioni.

L'accelerazione totale del sistema è allora data da

$$\begin{aligned} A &= \frac{T}{T'} = \frac{T}{T'_{\text{mem}} + T'_{\text{disk}} + T_{\text{nc}}} = \\ &= \frac{T}{\frac{T \beta_{\text{mem}}}{A_{\text{mem}}} + \frac{T \beta_{\text{disk}}}{A_{\text{disk}}} + T(1 - \beta_{\text{mem}} - \beta_{\text{disk}})} = \\ &= \frac{1}{1 - \beta_{\text{mem}} \left(1 - \frac{1}{A_{\text{mem}}}\right) - \beta_{\text{disk}} \left(1 - \frac{1}{A_{\text{disk}}}\right)} \end{aligned}$$

Effettuando le sostituzioni numeriche, risulta

$$A = \frac{1}{1 - \frac{2}{5} \left(1 - \frac{2}{3}\right) - \frac{3}{10} \left(1 - \frac{9}{10}\right)} = \frac{10}{9} = 1.111$$

La velocità del sistema aumenta pertanto dell'11.1%.

**Appello del 10 settembre 2003 – Tema n. 1**

Ricavare un'espressione per la *legge di Amdahl generalizzata*, che determini l'accelerazione totale  $A$  di un sistema nel quale vengano sostituite  $N$  componenti, ciascuna con un suo  $\beta_i$  (frazione del tempo di utilizzo) e con una sua  $A_i$  (accelerazione della componente).

**Soluzione** Il tempo totale dopo le sostituzioni è dato da

$$T' = \sum_i T'_i + T_{nc}$$

dove  $T'_i$  è il tempo finale di utilizzo della componente  $i$ -esima e  $T_{nc}$  è il tempo utilizzato dalle componenti non sostituite, che naturalmente rimane invariato. Detto  $T$  il tempo totale prima delle sostituzioni, si ha

$$T'_i = \frac{\beta_i}{A_i} T$$

$$T_{nc} = T(1 - \sum_i \beta_i)$$

Sostituendo, si ottiene

$$\begin{aligned} T' &= T \sum_i \frac{\beta_i}{A_i} + T(1 - \sum_i \beta_i) = \\ &= T \left[ 1 - \sum_i \beta_i \left( 1 - \frac{1}{A_i} \right) \right] \end{aligned}$$

e in definitiva

$$A = \frac{T}{T'} = \frac{1}{1 - \sum_i \beta_i \left( 1 - \frac{1}{A_i} \right)}$$

### Appello del 10 settembre 2003 – Tema n. 3

Un sistema di memoria virtuale ha le seguenti caratteristiche: indirizzo virtuale da 34 bit, pagine fisiche da 4 Kbyte, memoria fisica da 2 Gbyte. Assumendo il byte come minima unità indirizzabile, descrivere il meccanismo di paginazione corrispondente. Determinare quindi le dimensioni della Page Table, trascurando lo spazio necessario sia per i bit di validità, dirty, protezione, etc., che per le informazioni di puntamento alla memoria di massa.

**Soluzione** L'indirizzo virtuale è suddiviso in due campi:

- *offset*, costituito da  $\log_2 4K = 12$  bit,
- VPN (*Virtual Page Number*), costituito da  $34 - 12 = 22$  bit.

L'indirizzo da applicare ad una memoria fisica da 2 Gbyte =  $2^{31}$  byte richiede 31 bit, ed è anch'esso suddiviso in due campi:

- *offset*, ancora da  $\log_2 4K = 12$  bit,
- PPN (*Physical Page Number*), costituito da  $31 - 12 = 19$  bit.

La Page Table avrà dunque  $2^{22}$  elementi, ciascuno dei quali contiene un'informazione da 19 bit. Se assumiamo che ogni PPN da 19 bit sia impaccato in 3 byte, la dimensione totale della Page Table sarà di  $3 \cdot 2^{22} = 3 \cdot 2^2 \cdot 2^{20} = 12$  MB; se invece, per ragioni di allineamento, assumiamo che ogni PPN venga impaccato in una doubleword da 32 bit, allora la Page Table sarà costituita da  $4 \cdot 2^{22} = 2^4 \cdot 2^{20} = 16$  MB.