

## Reti Logiche Appello del 7 aprile 2008

**(D1)** Un'interfaccia IF-DMUL riceve dalla CPU PD-32 due numeri interi decimali assoluti  $X$ ,  $Y$ , ciascuno codificato in 8 cifre BCD e impaccato in una singola parola da 32 bit; su comando della CPU, l'interfaccia calcola il prodotto  $Z = XY$  e al termine delle operazioni trasmette alla CPU il risultato, codificato in 16 cifre BCD e impaccato in due parole da 32 bit, lasciando inalterati gli operandi  $X$ ,  $Y$ . Per ragioni di economia circuitale, l'algoritmo da implementare deve essere quello usato nell'aritmetica elementare, dove in ciascuna fase viene eseguita la moltiplicazione di due numeri da una singola cifra decimale ciascuno, con le eventuali modifiche del caso.

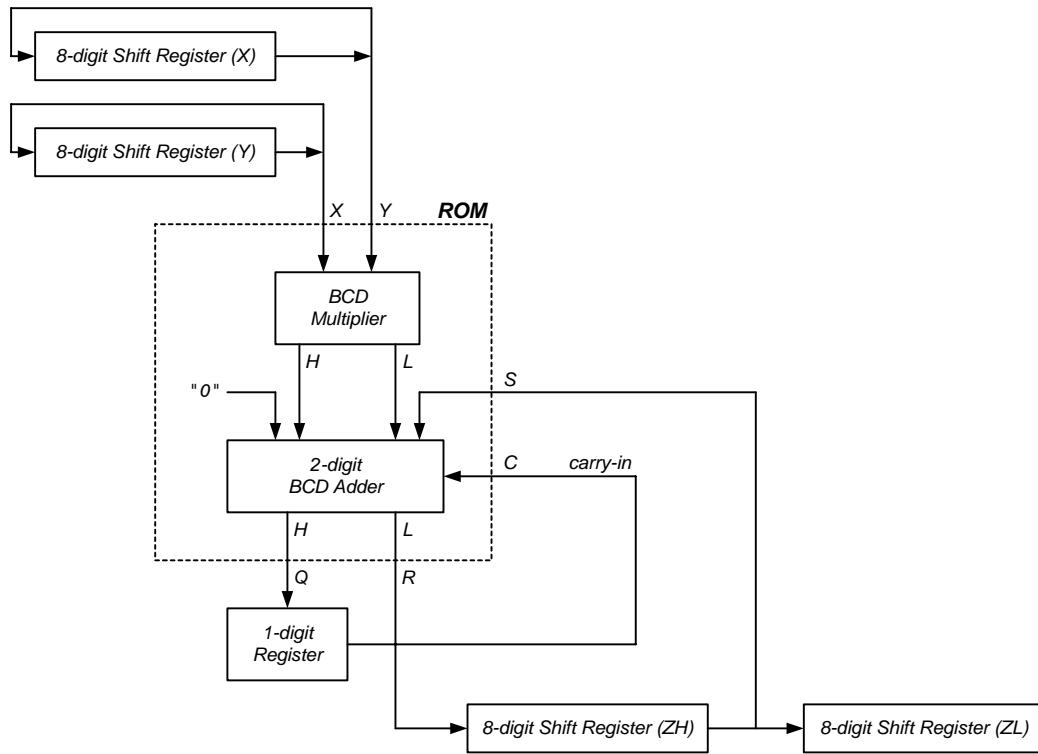
Progettare l'hardware dell'interfaccia e illustrarne le temporizzazioni.

- 
- $X = X_7X_6X_5X_4X_3X_2X_1X_0$  (moltiplicando, 8 digit,  $0 \leq X_i < 10$ )
  - $Y = Y_7Y_6Y_5Y_4Y_3Y_2Y_1Y_0$  (moltiplicatore, 8 digit,  $0 \leq Y_i < 10$ )
  - $Z = Z_{15}Z_{14}Z_{13}Z_{12}Z_{11}Z_{10}Z_9Z_8Z_7Z_6Z_5Z_4Z_3Z_2Z_1Z_0$  (risultato, 16 digit,  $0 \leq Z_i < 10$ ), suddiviso in due risultati parziali,  $ZH = Z_{15}Z_{14}Z_{13}Z_{12}Z_{11}Z_{10}Z_9Z_8$  e  $ZL = Z_7Z_6Z_5Z_4Z_3Z_2Z_1Z_0$ .

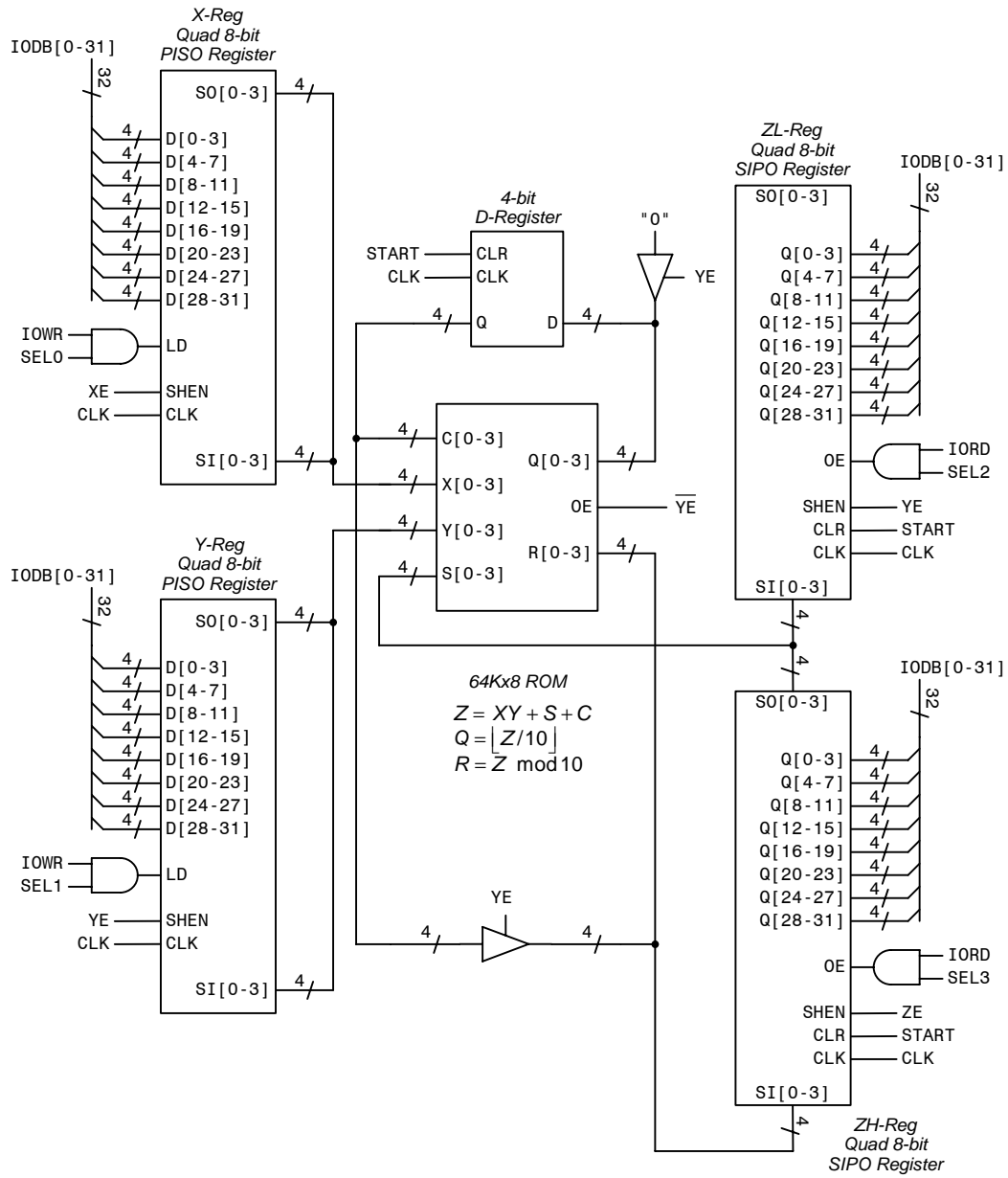
### Algoritmo:

```
Z ← 0000000000000000 (risultato)
C ← 0 (carry-in, 0 ≤ C < 10)
for j = 0 to 7 begin
  for k = 0 to 7 begin
    P = YjXk + Z7 + C
    Q = ⌊ P/10 ⌋, R = P mod 10
    Shift right ZH, Z15 ← R, C ← Q
    Rotate X
  end for
  Shift right ZH-ZL, Z15 ← C, C ← 0
  Rotate Y
end for
```

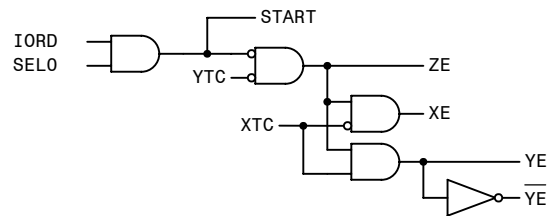
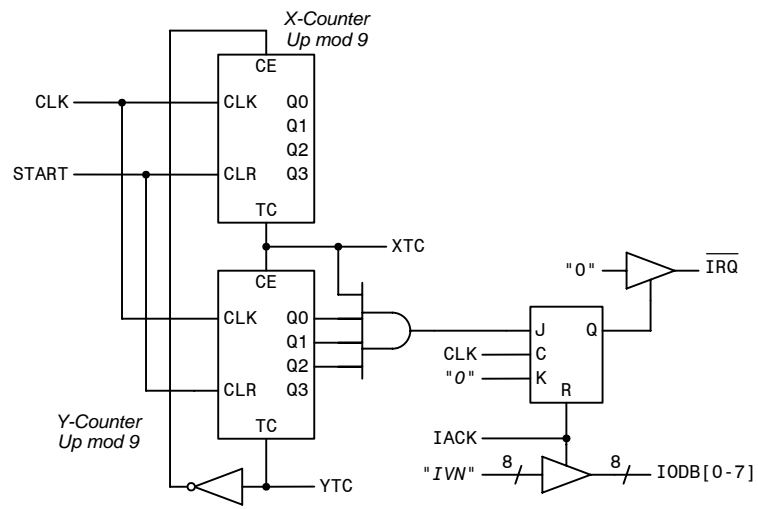
**Architettura di principio:**



**Sottosistema di calcolo:**



**Sottosistema di controllo:**



**Esempio:**

X = 98765432

Y = 89012345

Z = 8791342707258040

Counters				Registers				ROM					Task			
X	YTC	Y	YTC	X	Y	ZH	ZL	X	Y	S	C	Q	R	XE	YE	ZE
0	0	0	0	<b>98765432</b>	<b>89012345</b>	00000000	00000000	2	5	0	0	1	0	1	0	1
1	0	0	0	29876543	89012345	00000000	00000000	3	5	0	1	1	6	1	0	1
2	0	0	0	32987654	89012345	60000000	00000000	4	5	0	1	2	1	1	0	1
3	0	0	0	43298765	89012345	16000000	00000000	5	5	0	2	2	7	1	0	1
4	0	0	0	54329876	89012345	71600000	00000000	6	5	0	2	3	2	1	0	1
5	0	0	0	65432987	89012345	27160000	00000000	7	5	0	3	3	8	1	0	1
6	0	0	0	76543298	89012345	82716000	00000000	8	5	0	3	4	3	1	0	1
7	0	0	0	87654329	89012345	38271600	00000000	9	5	0	4	4	9	1	0	1
8	1	0	0	98765432	89012345	93827160	00000000	-	-	-	4	-	-	0	1	1
0	0	1	0	98765432	58901234	49382716	00000000	2	4	6	0	1	4	1	0	1
1	0	1	0	29876543	58901234	44938271	00000000	3	4	1	1	1	4	1	0	1
2	0	1	0	32987654	58901234	44493827	00000000	4	4	7	1	2	4	1	0	1
3	0	1	0	43298765	58901234	44449382	00000000	5	4	2	2	2	4	1	0	1
4	0	1	0	54329876	58901234	44444938	00000000	6	4	8	2	3	4	1	0	1
5	0	1	0	65432987	58901234	44444493	00000000	7	4	3	3	3	4	1	0	1
6	0	1	0	76543298	58901234	44444449	00000000	8	4	9	3	4	4	1	0	1
7	0	1	0	87654329	58901234	44444444	00000000	9	4	4	4	4	4	1	0	1
8	1	1	0	98765432	58901234	44444444	00000000	-	-	-	4	-	-	0	1	1
0	0	2	0	98765432	45890123	44444444	40000000	2	3	4	0	1	0	1	0	1
1	0	2	0	29876543	45890123	04444444	40000000	3	3	4	1	1	4	1	0	1
2	0	2	0	32987654	45890123	40444444	40000000	4	3	4	1	1	7	1	0	1
3	0	2	0	43298765	45890123	74044444	40000000	5	3	4	1	2	0	1	0	1
4	0	2	0	54329876	45890123	07404444	40000000	6	3	4	2	2	4	1	0	1
5	0	2	0	65432987	45890123	40740444	40000000	7	3	4	2	2	7	1	0	1
6	0	2	0	76543298	45890123	74074044	40000000	8	3	4	2	3	0	1	0	1
7	0	2	0	87654329	45890123	07407404	40000000	9	3	4	3	3	4	1	0	1
8	1	2	0	98765432	45890123	40740740	40000000	-	-	-	3	-	-	0	1	1
0	0	3	0	98765432	34589012	34074074	04000000	2	2	4	0	0	8	1	0	1
1	0	3	0	29876543	34589012	83407407	04000000	3	2	7	0	1	3	1	0	1
2	0	3	0	32987654	34589012	38340740	04000000	4	2	0	1	0	9	1	0	1
3	0	3	0	43298765	34589012	93834074	04000000	5	2	4	0	1	4	1	0	1
4	0	3	0	54329876	34589012	49383407	04000000	6	2	7	1	2	0	1	0	1
5	0	3	0	65432987	34589012	04938340	04000000	7	2	0	2	1	6	1	0	1
6	0	3	0	76543298	34589012	60493834	04000000	8	2	4	1	2	1	1	0	1
7	0	3	0	87654329	34589012	16049383	04000000	9	2	3	2	2	3	1	0	1
8	1	3	0	98765432	34589012	31604938	04000000	-	-	-	2	-	-	0	1	1
0	0	4	0	98765432	23458901	23160493	80400000	2	1	3	0	0	5	1	0	1
1	0	4	0	29876543	23458901	52316049	80400000	3	1	9	0	1	2	1	0	1
2	0	4	0	32987654	23458901	25231604	80400000	4	1	4	1	0	9	1	0	1
3	0	4	0	43298765	23458901	92523160	80400000	5	1	0	0	0	5	1	0	1
4	0	4	0	54329876	23458901	59252316	80400000	6	1	6	0	1	2	1	0	1
5	0	4	0	65432987	23458901	25925231	80400000	7	1	1	1	0	9	1	0	1
6	0	4	0	76543298	23458901	92592523	80400000	8	1	3	0	1	1	1	0	1
7	0	4	0	87654329	23458901	19259252	80400000	9	1	2	1	1	2	1	0	1
8	1	4	0	98765432	23458901	21925925	80400000	-	-	-	1	-	-	0	1	1

0	0	5	0	98765432	12345890	12192592	58040000	2	0	2	0	0	2	1	0	1
1	0	5	0	29876543	12345890	21219259	58040000	3	0	9	0	0	9	1	0	1
2	0	5	0	32987654	12345890	92121925	58040000	4	0	5	0	0	5	1	0	1
3	0	5	0	43298765	12345890	59212192	58040000	5	0	2	0	0	2	1	0	1
4	0	5	0	54329876	12345890	25921219	58040000	6	0	9	0	0	9	1	0	1
5	0	5	0	65432987	12345890	92592121	58040000	7	0	1	0	0	1	1	0	1
6	0	5	0	76543298	12345890	19259212	58040000	8	0	2	0	0	2	1	0	1
7	0	5	0	87654329	12345890	21925921	58040000	9	0	1	0	0	1	1	0	1
8	1	5	0	98765432	12345890	12192592	58040000	-	-	-	0	-	-	0	1	1
0	0	6	0	98765432	01234589	01219259	25804000	2	9	9	0	2	7	1	0	1
1	0	6	0	29876543	01234589	70121925	25804000	3	9	5	2	3	4	1	0	1
2	0	6	0	32987654	01234589	47012192	25804000	4	9	2	3	4	1	1	0	1
3	0	6	0	43298765	01234589	14701219	25804000	5	9	9	4	5	8	1	0	1
4	0	6	0	54329876	01234589	81470121	25804000	6	9	1	5	6	0	1	0	1
5	0	6	0	65432987	01234589	08147012	25804000	7	9	2	6	7	1	1	0	1
6	0	6	0	76543298	01234589	10814701	25804000	8	9	1	7	8	0	1	0	1
7	0	6	0	87654329	01234589	01081470	25804000	9	9	0	8	8	9	1	0	1
8	1	6	0	98765432	01234589	90108147	25804000	-	-	-	8	-	-	0	1	1
0	0	7	0	98765432	90123458	89010814	72580400	2	8	4	0	2	0	1	0	1
1	0	7	0	29876543	90123458	08901081	72580400	3	8	1	2	2	7	1	0	1
2	0	7	0	32987654	90123458	70890108	72580400	4	8	8	2	4	2	1	0	1
3	0	7	0	43298765	90123458	27089010	72580400	5	8	0	4	4	4	1	0	1
4	0	7	0	54329876	90123458	42708901	72580400	6	8	1	4	5	3	1	0	1
5	0	7	0	65432987	90123458	34270890	72580400	7	8	0	5	6	1	1	0	1
6	0	7	0	76543298	90123458	13427089	72580400	8	8	9	6	7	9	1	0	1
7	0	7	0	87654329	90123458	91342708	72580400	9	8	8	7	8	7	1	0	1
8	1	7	0	98765432	90123458	79134270	72580400	-	-	-	8	-	-	0	1	1
0	0	8	1	98765432	89012345	<b>87913427</b>	<b>07258040</b>	-	-	-	-	-	-	0	0	0

(D2) La derivata di una funzione di commutazione  $f(x_1x_2\dots x_k\dots x_{n-1}x_n)$  rispetto alla variabile  $x_k$  è definita come

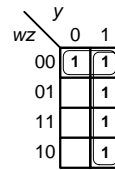
$$\partial f / \partial x_k = f(x_1x_2\dots 0\dots x_{n-1}x_n) \oplus f(x_1x_2\dots 1\dots x_{n-1}x_n)$$

Data la funzione

$$f(x, y, w, z) = \bar{w}(\bar{x} + \bar{y}z) + w(xy + \bar{y}\bar{z})$$

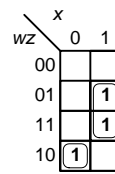
determinare delle espressioni algebriche (possibilmente in forma ridotta) per le sue derivate rispetto a ciascuna delle variabili.

yz	f(x=0)	f(x=1)	$\partial f / \partial x$
000	1	0	1
001	1	1	0
010	1	1	0
011	0	0	0
100	1	0	1
101	1	0	1
110	0	1	1
111	0	1	1



$$\partial f / \partial x = y + \bar{w}\bar{z}$$

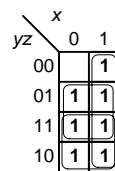
xwz	f(y=0)	f(y=1)	$\partial f / \partial y$
000	1	1	0
001	1	1	0
010	1	0	1
011	0	0	0
100	0	0	0
101	1	0	1
110	1	1	0
111	0	1	1



$$\partial f / \partial y = xz + \bar{x}w\bar{z}$$

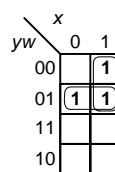
xyzw	f
0000	1
0001	1
0010	1
0011	0
0100	1
0101	1
0110	0
0111	0
1000	0
1001	1
1010	1
1011	0
1100	0
1101	0
1110	1
1111	1

xyz	f(w=0)	f(w=1)	$\partial f / \partial w$
000	1	1	0
001	1	0	1
010	1	0	1
011	1	0	1
100	0	1	1
101	1	0	1
110	0	1	1
111	0	1	1



$$\partial f / \partial w = x + y + z$$

xyw	f(z=0)	f(z=1)	$\partial f / \partial z$
000	1	1	0
001	1	0	1
010	1	1	0
011	0	0	0
100	0	1	1
101	1	0	1
110	0	0	0
111	1	1	0



$$\begin{aligned} \partial f / \partial z &= \bar{x}y + \bar{y}w \\ &= \bar{y}(x + w) \end{aligned}$$

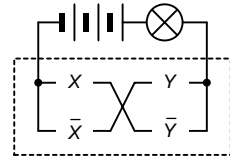
$$\partial f / \partial x = y + \bar{w}\bar{z}$$

$$\partial f / \partial y = xz + \bar{x}w\bar{z}$$

$$\partial f / \partial w = x + y + z$$

$$\partial f / \partial z = \bar{y}(x + w)$$

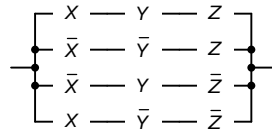
(D3) La rete a contatti nell'area tratteggiata nella figura a fianco consente di accendere e spegnere la lampadina da due postazioni indipendenti X, Y. Progettare una rete a contatti che consenta di accendere e spegnere la lampadina da *tre* postazioni indipendenti X, Y, Z.



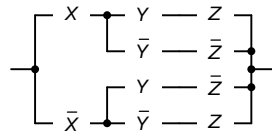
La funzione di trasmissione per due postazioni X, Y è  $X \oplus Y$ , che per tre postazioni X, Y, Z diventa:

$$f = X \oplus Y \oplus Z = X \bar{Y} \bar{Z} + \bar{X} Y \bar{Z} + \bar{X} \bar{Y} Z + XYZ$$

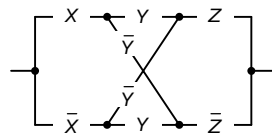
Tale funzione di trasmissione può essere implementata come



Semplificando sul lato sinistro:



e poi sul lato destro, si ottiene:

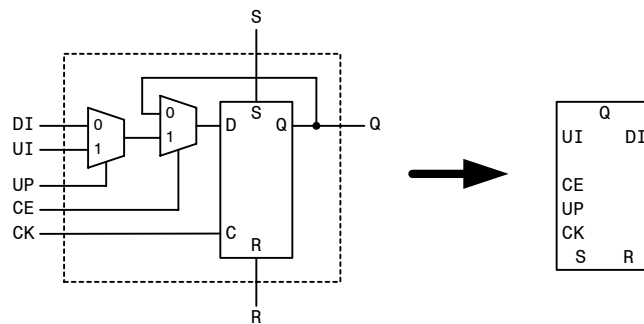




**(D4)** Progettare un contatore bidirezionale sincrono modulo 10 in codice *biquinario* (v. tavola a fianco), dotato di Clear, Count Enable e Terminal Count.

$N$	$x_6 x_5 x_4 x_3 x_2 x_1 x_0$	$N$	$x_6 x_5 x_4 x_3 x_2 x_1 x_0$
0	0100001	5	1000001
1	0100010	6	1000010
2	0100100	7	1000100
3	0101000	8	1001000
4	0110000	9	1010000

Il contatore biquinario può essere partizionato in un contatore ad anello (*ring counter*) modulo 5 (bit  $x_0 x_1 x_2 x_3 x_4$ ) in cascata con un contatore binario modulo 2 ( $x_6$ , e si osservi che è sempre  $x_5 = \bar{x}_6$ ). Utilizzando come cella elementare per il contatore bidirezionale ad anello la rete seguente:



si ottiene:

